

# TP Maillage et Remaillage

## OBJECTIF

---

L'objectif de ce TP est de vous permettre de découvrir des logiciels de :

- Maillage : **Gmsh**, un logiciel de maillage 2D et 3D (structuré et non structuré),
- Remaillage : **MMG**, logiciel de remaillage 2D et 3D (non structuré).

Ces outils sont installés et utilisables sur les machines de l'école. Ils sont tous libres.

Quelques références :

- **Gmsh** <http://gmsh.info/doc/texinfo/gmsh.pdf>
- **MMG** <http://www.mmgtools.org>

## MAILLAGE ET REMAILLAGE

---

### Exercice 1 - Découverte de Gmsh

**Gmsh** permet de créer un maillage à partir d'une géométrie, c'est-à-dire de créer une discrétisation de votre domaine spatial de calcul.

1. Créer un fichier `cube.geo` et ajouter dans ce fichier :

```
1 // Paramètres du maillage
2 h = 0.1;
3 meshTransFinite = 10;
4 numLayers = 10;
5 // Points du carré
6 Point(1) = {0.0, 0.0, 0.0, h};
7 Point(2) = {1.0, 0.0, 0.0, h};
8 Point(3) = {1.0, 1.0, 0.0, h};
9 Point(4) = {0.0, 1.0, 0.0, h};
10 // Lignes qui relient les points
11 Line(1) = {1, 2};
12 Line(2) = {2, 3};
13 Line(3) = {3, 4};
14 Line(4) = {4, 1};
15 // Ligne pour déterminer la surface du carré
16 Line Loop(5) = {1,2,3,4};
17 // Surface du carré
18 Plane Surface(1) = {5};
```

Ouvrir ce fichier avec **Gmsh**. Mailler la géométrie du carré en cliquant dans le menu sur *Mesh/2D*. Jouer avec le paramètre  $h$  (pour prendre en compte une modification du fichier `.geo` : *Geometry/Reload*).

2. Afin de faire un maillage structuré avec **Gmsh**, ici une grille, ajouter les lignes suivantes dans le fichier `cube.geo` :

```

1 // Structuration du maillage
2 Transfinite Line {1,3}=meshTransFinite;
3 Transfinite Line {2,4}=meshTransFinite;
4 Transfinite Surface 1;
5 Recombine Surface 1;

```

Est-ce que le paramètre  $h$  est encore influant ? Jouer avec le paramètre *meshTransFinite*.

3. Créer le cube en ajoutant les lignes suivantes :

```

1 // Géométrie 3D
2 Extrude {0,0,1}{Surface{1};Layers{numLayers};Recombine;}

```

Le mailler avec la commande du menu *Mesh/3D*. Que se passe t-il ? Jouer avec le paramètre *numLayers*. Pour avoir un maillage non structuré, retirer les lignes qui ont été ajoutées à la question 2 et retirer l'option *Recombine* dans la fonction *Extrude*.

4. Sauvegarder la version non structurée du maillage en allant dans *File/Save as* (ou *Export*) et choisir le format : *Medit - Inria Mesh* et nommer le fichier cube.mesh (l'extension est importante). Dans la dernière fenêtre *MESH options*, sélectionner *Save all*.

5. Ouvrir le maillage dans un éditeur de texte et en étudier la structure :

```

1 Vertices
2 x y z ref
3 .
4 Triangles
5 v1 v2 v3 ref
6 .
7 Tetra
8 v1 v2 v3 v4 ref
9 .

```

**Les références sont très importantes, en particulier pour pouvoir imposer les conditions aux bords.** Vérifier que c'est bien le cas sur ce maillage.

6. Ouvrir le maillage avec *Gmsh* et tester la liste d'outils suivante :

- Tools/Options/Mesh/Visibility* pour afficher les points, les lignes, les surfaces, les volumes dans leur ensemble,
- Tools/Visibility/Tree\_browser* (ne pas oublier de développer la liste) pour afficher les entités en fonction de leurs références,
- Tools/Clipping* pour faire une coupe dans le maillage (jouer avec la souris pour voir les plans de coupe) puis cliquer sur *Mesh* puis *Redraw*,
- Tools/Statistics* pour faire des statistiques sur le maillage. Cliquer sur *Update* pour obtenir les qualités de votre maillage. Pour chaque élément 3D (ou 2D), trois critères sont calculés :

$$\eta \text{ (ou SICN)} = \frac{V^{\frac{2}{3}}}{\sum (l_a)^2}, \quad \text{Gamma} = \frac{r_{ci}}{r_{cc}} \text{ and } \text{Rho} = \frac{\min_T l_a}{\max_T l_a},$$

où  $V$  est le volume (ou l'aire) de l'élément 3D (ou 2D),  $l_a$  correspond à la longueur d'une arête,  $r_{ci}$  le rayon de la sphère (ou du cercle) inscrit et  $r_{cc}$  le rayon de la sphère (ou du cercle) circonscrit. Ils sont normalisés pour être dans l'intervalle  $[0, 1]$ .

Ensuite tracer et analyser la courbe *Gamma* qui est l'indicateur le plus pertinent pour l'exercice en cliquant sur  $X - Y$ . Plus la qualité du maillage est bonne, moins celui-ci contient d'éléments avec un faible *Gamma*. Ces éléments sont dits distordus et ils détériorent les résultats des méthodes numériques (éléments finis/volumes finis).

## Exercice 2 - Aller plus loin avec Gmsh

Télécharger les géométries de cet exercice en suivant ce lien : [lien](#).

1. **Premier cas** : la géométrie *piece.brep* (BREP = Boundary REPresentation) a été obtenue par exemple par CAO (Conception Assistée par Ordinateur) et il faut la mailler. Avec le fichier *.brep* seulement la surface pourra être maillée. Pour mailler le volume il doit être créé. Ouvrir le fichier *piece.geo* avec **Gmsh** et éditer le pour voir comment le volume a été créé. Ensuite mailler le en 2D et en 3D. Le maillage obtenu est très grossier.

Modifier les paramètres du maillage en allant dans *Tools/Options/Mesh/General* (ne pas oublier de cliquer sur *Reload* pour repartir de la géométrie d'origine et refaire TOUTE la procédure). Diminuer le paramètre *Max element size* jusqu'à être satisfait du maillage 2D obtenu, en particulier au niveau de l'hémisphère central.

Mailler ensuite en 3D. Conserver le maillage obtenu avec *Max element size = 1* sous le nom *piece\_10Tet.mesh*.

Tester aussi les autres options de maillage, en particulier les deux méthodes pour mailler : Delaunay et frontale. Regarder l'impact de ces changements sur la qualité (courbe *Gamma*).

2. **Deuxième cas** : le maillage 2D *engrenage2D.mesh* est disponible et l'objectif est d'obtenir un maillage 3D.

a) Le fichier *engrenage.geo* définit 2 volumes : un engrenage et un cube autour de l'engrenage. Créer le maillage complet.

b) Il est possible de sauvegarder seulement le maillage de l'engrenage, en le définissant comme une entité physique. Rajoutant les 2 lignes suivantes dans le fichier *.geo* :

```
1 Physical Surface(3) = {2};  
2 Physical Volume (3) = {2};
```

puis cliquer sur *Reload* et ensuite lors de la sauvegarde dans la dernière fenêtre *MESH options* sélectionner *Physical Entities*. C'est un des intérêts des *Physical Entities* mais il y en a d'autres (voir la documentation de **Gmsh** pour plus d'informations).

## Exercice 3 - Remailler avec MMG

Les maillages générés précédemment ont des éléments de mauvaise qualité. Nous allons utiliser le remailleur **MMG** pour modifier localement les maillages afin d'en améliorer la qualité. **MMG** n'a pas d'interface graphique.

Pour lancer la version 3D, il faut un fichier contenant un **maillage tétraédrique** (par exemple le *cube.mesh* non structuré). Bien lire les messages d'erreur que vous avez ! Pour découvrir toutes les options, lancer la commande suivante :

```
1 /opt/mmg/5.2.5/bin/mmg3d_03 -h
```

Remarque : si l'option *-out MyNewMesh.mesh* n'est pas utilisée le fichier maillage obtenu sera *myMesh.o.mesh*.

1. Quelques exemples de commande à tester sur le *cube.mesh* :

```
1 // Améliorer la qualité du maillage
2 /opt/mmg/5.2.5/bin/mmg3d_03 cube.mesh
3 // Améliorer la qualité du maillage en gardant le même nombre de points
4 /opt/mmg/5.2.5/bin/mmg3d_03 cube.mesh -noinert
5 // Raffiner le maillage (tester avec différentes valeurs de hmax)
6 /opt/mmg/5.2.5/bin/mmg3d_03 cube.mesh -hmax 0.05
```

2. Améliorer la qualité du maillage *piece\_10Tet.mesh* en gardant le même nombre de points. Comparer les courbes *Gamma* (avec **Gmsh**) entre le maillage d'origine et celui obtenu avec **MMG**. Conclure.

## Exercice 4 - Mise en situation réelle

Télécharger le code en suivant ce lien : [lien](#).

### Créer un maillage (Gmsh, MMG)

1. Créer une géométrie non structurée 2D *plate.geo* correspondant à la plaque  $[0; 5] \times [0; 1]$ . La mailler en 2D avec **Gmsh**. Il faudra définir une *Physical Line* pour avoir vos conditions aux bords sur :  $x = 0, x = 5, y = 0$  et  $y = 1$ . Vous ne sauvegardez donc que les *Physical entities*.

2. Nous allons créer 2 maillages (un très raffiné et un peu raffiné) à partir de cette géométrie. L'arrête moyenne est fixée à  $h = 0.1$  (respectivement  $h = 0.005$ ) et le maillage doit être sauvegardé sous le nom *plate.mesh* (respectivement *plate-refined.mesh*) dans le dossier *Mesh*.

3. Comme nous le verrons dans la partie simulation numérique, nous allons utiliser **FreeFem++**. Pour cela le maillage doit être très légèrement adapté. Pour cela ouvrir un terminal au niveau du dossier *Mesh* et taper les 3 commandes suivantes :

```
1 g++ -std=c++11 -o run main.cc
2 ./run plate.mesh
3 ./run plate-refined.mesh
```

Deux nouveaux fichiers se sont créés dans le dossier et correspondent aux maillages que vous allez pouvoir utiliser avec **FreeFem++**.

### Simulation numérique

4. Nous allons considérer l'équation de Poisson suivante sur  $\Omega = [0, 5] \times [0, 1]$  :

$$\begin{cases} -\Delta u &= f, & \Omega \\ u &= 0, & x = 0, 5 \text{ et } y = 0, 1. \end{cases}$$

La fonction  $f$  a été choisie de manière à connaître la solution exacte afin de pouvoir calculer l'erreur commise par la résolution numérique.

Pour résoudre ce système, nous allons utiliser la librairie d'éléments finies **FreeFem++**. Le code se trouve dans le fichier *adaptPoisson.edp*. Ouvrir le fichier et le lire pour comprendre (au moins un peu) comment **FreeFem++** fonctionne.

5. Lancer la simulation numérique en tapant dans un terminal (ouvert à l'endroit où le fichier se trouve) :

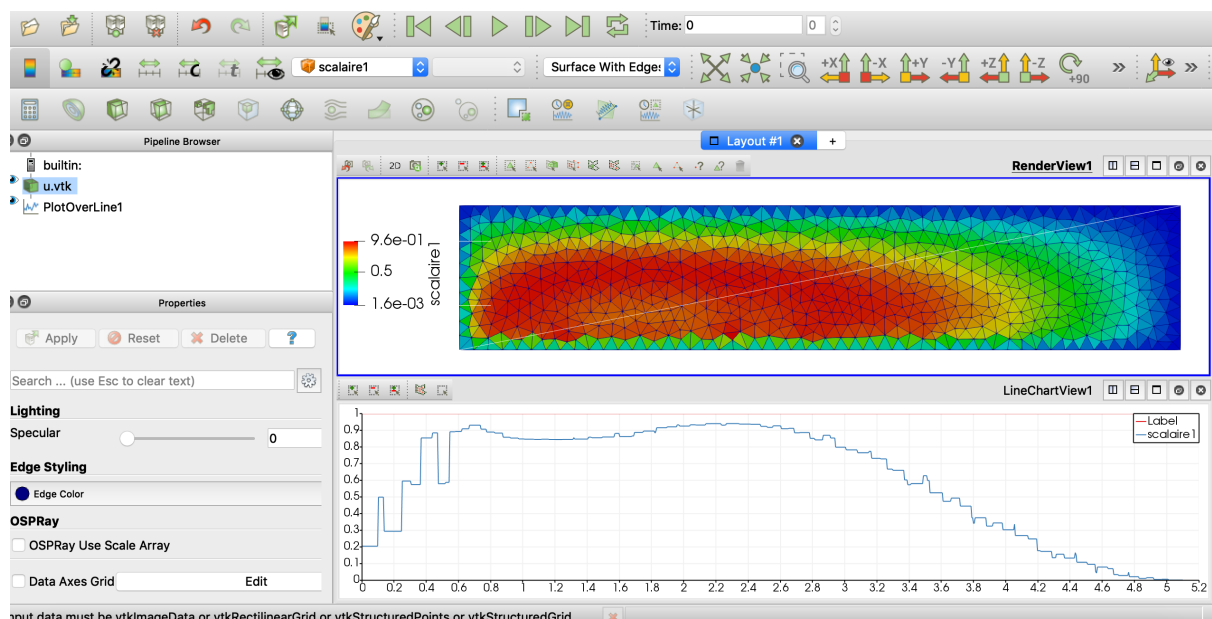
```
1 FreeFem++ adaptPoisson.edp
```

Dans les dernières lignes du terminal, l'erreur en norme  $L^2$  est affichée, ainsi que le temps de calcul complet s'affichent :

```
1 Error L2 norm 0.100314
2 CPU time 0.05951 (sec)
```

## Visualiser la solution obtenue avec Paraview

6. Avec **Paraview**, ouvrir les fichiers *u.vtk* et *exactsol.vtk* du dossier de résultats. Les résultats vont dans un dossier dont le nom qui dépend du maillage considéré. Essayer de reproduire un équivalent de la figure suivante.



**Remarque :** Pour changer la palette de couleurs (comme sur la figure), il faut cliquer sur l'icône :



(en haut à gauche) et ensuite cliquer sur l'icône suivante dans le *Color Map Editor* :



## Améliorer la solution en adaptant le maillage (MMG)

7. La solution obtenue est non uniforme. Un maillage adapté, c'est-à-dire contenant des éléments de différentes tailles, avec :

- des éléments de taille plus petite là où les valeurs de la Hessienne sont grandes,
- et de plus grandes tailles là où sont les valeurs de la Hessienne sont petites,

améliorerait la convergence de la méthode numérique sans trop augmenter les temps de calcul (contrairement à l'utilisation d'un maillage uniforme raffiné).

Le logiciel **MMG** permet de créer un maillage non uniforme en donnant en entrée un fichier contenant la taille des arêtes voulues aux points du maillage. Ouvrir le fichier *freefem-plate.sol* du dossier *Mesh* avec un éditeur de texte. Il a été construit dans le code **Freefem++** à partir de la Hessienne de la solution approchée. Construire le nouveau maillage *freefem-plate-optim.mesh* avec **MMG** (Ne pas oublier de se placer dans le dossier *Mesh*) :

```
1 /opt/mmg/5.2.5/bin/mmg2d_03 freefem-plate.mesh -sol freefem-plate.sol
2 -out freefem-plate-optim.mesh
```

8. Utiliser ce nouveau maillage pour faire le calcul (il faut modifier la ligne 13 du fichier adapt-Poisson). Que se passe-t-il sur la norme  $L^2$  ? Et le temps de calcul ? Qu'en pensez vous ? Comparer aussi les 2 simulations avec **Paraview**.

9. Refaire la procédure avec cette nouvelle solution numérique en lançant la simulation sur le maillage *freefem-plate-optim-2.mesh* obtenu grâce à **MMG** :

```
1 /opt/mmg/5.2.5/bin/mmg2d_03 freefem-plate-optim.mesh -sol freefem-plate-optim.sol
2 -out freefem-plate-optim-2.mesh
```

Que constatez-vous ? Est-ce nécessaire de refaire encore une fois la procédure ?

## Équations de Navier Stokes

10. Dans les dossiers *Code* et *Code/Mesh/MeshNS* vous trouverez aussi :

- un code **Freefem++** résolvant l'équation de Navier Stokes avec un flux entrant sur la gauche du domaine,
- quatre géométries et les maillages associés : un tube 2D avec un angle, ce tube 2D avec différentes obstructions (un rond ; un triangle ; un carré) situées à différents endroits du domaine.

La librairie **Freefem++** contient la librairie **MMG** et l'utilise pour adapter le maillage à chaque pas de temps en utilisant la Hessienne calculée au temps précédent. Lancer les simulations, jouer avec les maillages (après modification il faut penser à générer le maillage adapté à **Freefem++**). Pour visualiser vos simulations avec **Paraview**, il faut ouvrir le logiciel et ensuite sélectionner tous les fichiers correspondant à l'évolution en temps.